

निर्देश— सभी प्रश्न अनिवार्य हैं—

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनकर लिखिए प्रत्येक 1 अंक का है—

(क) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ का मुख्य मान है।

- (i) $\pi/3$ (ii) $\pi/2$ (iii) $\pi/4$ (iv) कोई नहीं

(ख) यदि $A, 3 \times 3$ कोटि का वर्ग आव्यूह है तो $[adj A]$ का मान है।

- (i) $|A|^2$ (ii) $|A|^3$ (iii) $3|A|$ (iv) कोई नहीं

(ग) फलन $f(x) = \frac{4-x^2}{4x-x^3}$

- (i) एक बिन्दु पर असतत है। (ii) दो बिन्दु पर असतत है।

- (iii) तीन बिन्दु पर असतत है। (iv) कोई नहीं

(घ) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$ बराबर है।

- (i) $\frac{\pi}{12}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{\pi}{6}$ (iv) कोई नहीं

(ङ) अवकल समीकरण $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{3dy}{dx} + y = 0$ की कोटि है।

- (i) 2 (ii) 1 (iii) 0 (iv) कोई नहीं

प्रश्न 2. सभी खण्ड कीजिए प्रत्येक 1 अंक का है—

(क) सदिशों $(3\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k})$ और $(\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k})$ का योग ज्ञात कीजिए।

(ख) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ तो दिखाइए की AB शून्य आव्यूह है।

(ग) यदि वक्र $ay + x^2 = 7$ तथा $x^3 = y$ बिन्दु $(1,1)$ पर लम्बवत् काटते हैं तो a का मान ज्ञात कीजिए।

(घ) $\sin^2 \frac{x}{2}$ का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए।

(ङ) यदि $y = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 3. सभी खण्ड कीजिए प्रत्येक 2 अंक का है—

(क) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ख) सिद्ध कीजिए कि सम्बन्ध A में कथन “बराबर” के द्वारा परिभाषित सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है।

(ग) दिखाइए कि $\begin{vmatrix} \sin 10^\circ & -\cos 10^\circ \\ \sin 80^\circ & \cos 80^\circ \end{vmatrix} = 1$

(घ) $\tan^2 x$ का $\log x$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

प्रश्न 4. सभी खण्ड कीजिए प्रत्येक 2 अंक का है—

(क) सिद्ध कीजिए कि $\triangle ABC$ समबाहु होगा यदि A, B, C के स्थिति सदिश क्रमशः $(i - 2j + 3k), (-i - j + 8k)$ और $(-4i + 4j + 6k)$ हैं।

(ख) दिखाइए कि $xy = \log y + c$ का अवकल समीकरण $(1 - xy)\frac{dy}{dx} = y^2$ है।

(ग) $\int \frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+3}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

(घ) वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 6$, (a) वृहिमान है (b) हासमान है

प्रश्न 5. सभी खण्ड कीजिए प्रत्येक 5 अंक का है—

(क) यदि R तथा S किसी समच्चय X में तुल्यता सम्बन्ध है तो सिद्ध कीजिए कि $R \cap S$ भी X में तुल्यता सम्बन्ध है।

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ है तो सिद्ध कीजिए कि $n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ $n \in \mathbb{N}$

(ग) दर्शाइए कि बिन्दु $A(a, b+c), B(b, c+a)$ और $C(c, a+b)$ सरेख हैं।

(घ) फलन फलन $f(x) = \begin{cases} 4+a & \text{यदि } x < 1 \\ 0 & \text{यदि } x = 1 \\ 3-b & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$ पर सतत है तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।

(झ) यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ हो तो दर्शाइए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

(च) एक 28 CM लम्बे तार का दो टुकड़े में विभवत किया जाता है एक टुकड़े से वर्ग तथा दूसरे टुकड़े से वृत्त बनाया जाना है। दोनों टुकड़ों की लम्बाई कितनी होगी जबकि उनका सम्पूर्ण क्षेत्रफल न्यूनतम हो।

प्रश्न 6. सभी खण्डकीजिए प्रत्येक 5 अंक का है-

- (क) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \log \sin x = -\pi/2 \log_2$
- (ख) वक्रो $y^2 = x + 1$ तथा $y^2 = -x + 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- (ग) अवकल समीकरण $x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 - 2y^2 + xy$ का हल ज्ञात कीजिए।
- (घ) ABCDEF एक समषट्भुज है जिसमें A पर $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AE}$, तथा \overline{AF} बल काम करते हैं तो सिद्ध कीजिए कि उनका परिणामी $\overline{3AD}$ है।

(ड०) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$

(च) $(25)^{1/3}$ का सन्निकटन मान अवकलन का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7. निम्नलिखित में किसी एक खण्ड को हल कीजिए जो 8 अंक का है।

(कृ) आव्यूह विधि से निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

$$4x - 5y + 3z = 15$$

$$-3x + 2y + z = 2$$

$$x - y + 2z = 7$$

(ख) प्रारम्भिक रूपान्तरण विधि से निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

modelpaper.info

प्रश्न 8. निम्नलिखित में किसी एक खण्ड को हल कीजिए जो 8 अंक का है।

(क) आलेखीय विधि से निम्नलिखित समस्या को हल कीजिए।

जिसके व्यवरोध $x + 3y \leq 60$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y$$

$$x, y \geq 0$$

जबकि $z = 3x + 9y$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

(ख) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^\pi \frac{x dx}{1 + \cos a \sin x} = \frac{\pi a}{\sin a}$

प्रश्न 9. निम्नलिखित में किसी एक खण्ड को हल कीजिए जो 8 अंक का है।

(क) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (c+a)^a & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix} = 2abc(a+b+c)^3$

(ख) दो रेखाओं जिनके सदिश समीकरण $\vec{y} = (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और

$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ हैं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।