

मॉडल पेपर बोर्ड परीक्षा- 2024

कक्षा -12 (गणित)

निर्देश: प्रारम्भ के पन्द्रह मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

नोट : (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।

(ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट उल्लेख है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।

(iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।

(v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए। जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट न कीजिए।

1. सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए-

(क) यदि L किसी समतल में स्थित समस्त सरल रेखाओं का एक समुच्चय है तथा सम्बन्ध $R = \{(L_1, L_2) : L_1, L_2 \text{ पर लम्ब है}\}$ समुच्चय। में परिभाषित है। निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए : 1

(a) R स्वतुल्य है।

(b) R सममित है।

(c) R संक्रामक है

(d) इनमें से कोई नहीं

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, तो $A + A' = I$ यदि α का मान है 1

a) $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{\pi}{3}$

c) π

d) $\frac{3\pi}{2}$

(ग) $\int \frac{1}{\sin^2 x \times \cos^2 x} dx$ बराबर है : 1

a) $\tan x + \cot x + C$

b) $\tan x - \cot x + C$

c) $\tan x \times \cot x + C$

d) $\tan x - \cot 2x + C$

(घ) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt[4]{\left(x + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)}$ की घात होगी। 1

a) 4

b) 3

c) 2

d) 1

(ङ) यदि सदिश $5i - \lambda j + 2k$ और $2i + 3j + 4k$ एक-दूसरे पर लम्ब हैं, तो λ का मान है 1

a) 3

b) 4

c) 6

d) 0

2. सभी खण्ड कीजिए-

(क) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = 2x \forall x \in R$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ एकैकी और आच्छादक है

(ख) सिद्ध कीजिए $\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1} x$ 1

(ग) $\int \operatorname{cosec} x (\operatorname{cosec} x + \cot x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

(घ) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2 + \sin^4)}{y}$ को हल कीजिए। 1

(ङ) दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ और $-4\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$ संरेख हैं। 1

3. सभी खण्ड कीजिए-

(क) यदि $y = \sin^{-1} x$ तो सिद्ध कीजिए कि $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{xdy}{dx}$ 2

(ख) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। 2

(ग) $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

(घ) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{b^2 + y^2}{a^2 + x^2}$ को हल कीजिए। 2

4. सभी खण्ड कीजिए-

(क) बिन्दुओं $2\hat{i} - 3\hat{j} - k$ तथा $8\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ को मिलाने वाली सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 2

(ख) दिखाइए कि रेखाएँ परस्पर $\frac{x-5}{5} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$ और $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5}$ लम्ब हैं। 2

(ग) एक सिक्का समसर्वय संतुलित नहीं है, जिसमें चित प्रकट होने की संभावना पट प्रकट होने की संभावना की तीन गुनी है। यदि सिक्का दो बार उछाला जाता है, तो पटों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। 2

(घ) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{1+y^2}{y}$ को हल कीजिए। 2

5. सभी खण्ड कीजिए-

(क) सिद्ध कीजिए कि $\cos^{-1} \frac{4}{5} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$ 5

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ हो, तो $A^2 - 5A + 6I$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

(ग) के सभी असातत्य के बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए, जबकि निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित है : 5

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{यदि } x \geq 1 \\ x^2 + 1, & \text{यदि } x < 1 \end{cases}$$

(घ) $\int \frac{3x+1}{2x^2+x+1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

(ड) वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

6. सभी खण्ड कीजिए-

(क) x का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए $x(i+j+k)$ एक मात्रक सदिश है। 5

(ख) λ और μ ज्ञात कीजिए, यदि :

$$(2i + 6j + 27k) \times (i + \lambda j + \mu k) = \vec{0} \quad 5$$

(ग) A और B इस प्रकार घटनाएँ हैं कि $P(A) \neq 0$, $P(B/A)$ ज्ञात कीजिए, यदि :

5

(i) A, समुच्चय B का उपसमुच्चय है।

(ii) $A \cap B = \phi$

(घ) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + 2y = \sin x$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 5

(ड) $\int e^{\tan^{-1}x} \left(\frac{1+x^2+x}{1+x^2} \right) dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

7. (क) निम्न समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 8

$$3x - 2y + 2z = 8, \quad 2x + y - z = 1, \quad 4x - 3y + 2z = 4$$

(ख) यदि $y = 2e^{3x} + 3e^{2x}$ तो सिद्ध कीजिए कि- 8

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{5dy}{dx} + 6y = 0$$

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए-

(क) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^\infty \log \left(x + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{dx}{1+x^2} = \pi \log 2$ 8

(ख) रेखाओं $\vec{r} = (i + 2j + k) + \lambda(i - j + k)$ और $\vec{r} = (2i - j - k) + \mu(2i + j + 2k)$ के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए-

(क) सिद्ध कीजिए कि $\int_0^\pi \left(\frac{x}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} \right) dx = \frac{\pi^2}{2a}$ 8

(ख) निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = 4x + 5y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए : 8

$$\begin{aligned}x+3y &\leq 3, \\x+y &\leq 2,\end{aligned}$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$